

Если Вова ниже, чем Паша, а Маша выше, чем Паша, то Маша самый высокий.

66 Ответ: Паша самый высокий, Паша самый старший, Маша самый высокий.

✓4

Решение: представим, что число 9 увеличилось на 3, но получится 12.

76 $9 - 2 = 7$ на 7 последняя цифра уменьшилась или если к 8 прибавить 3, то получится 11. $8 - 1 = 7$ на 7 последняя цифра уменьшилась.

Ответ: на 7 последняя цифра уменьшилась.

✓5

1) $28 - 4 = 24$ (ор.) - будет больше, чем в прошлом году, если белка принесёт 28 орехов.

2) $24 : 2 = 12$ (ор.) - белка собрана в прошлом году.

58

3) $12 - 4 = 8$ (ор.) - белка уже собрана.

Ответ: 8 орехов белка уже собрана.

✓1

Через каждые 6 секунд удары совпадают.

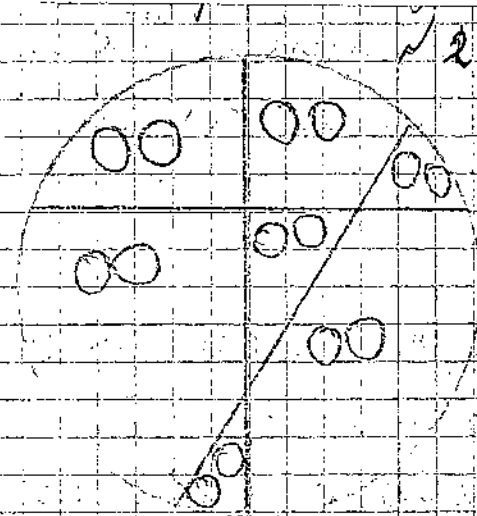
1x 13

78 (с) прошло или 1 минута 18 секунд прошло между первыми и последними ударами.

Ответ: 78 секунд или 1 минута 18 секунд прошло между первыми и последними ударами.

МАТ 501

МАТЕМАТИКА - 5 класс



Ответ: 14 наибольшее количество
увектов можно быть на море.

Если Таня сильнее, чем Миша, а
Вова слабее, чем Миша, то самый
сильный Таня.

Если Миша младше, чем Вова, а Таня
старше, чем Вова, то самый старший
Таня.

N1) 58

Да-Потому что, если Вася начнет называть угловые клетки, а как 4, то четвертая будет как-то не будет полагаться в корабле.

N2)

Между селами Морыно и Южно $\frac{3}{45}$ км.

N3) 58

Им нужно начать с 1-го, 2-го, 3-го, 4-го, 5-го, 6-го, 7-го, 8-го, 9-го, 10-го, 11-го, 12-го, 13-го, 14-го, 15-го, 16-го, 17-го, 18-го, 19-го, 20-го, 21-го, 22-го, 23-го, 24-го, 25-го, 26-го.

N4) 58 58

Учало: 301 так как,

$$1) 301:4=75(ост.1)$$

$$2) 301:5=60(ост.1)$$

$$3) 301:6=50(ост.1)$$

а в,

$$4) 301:7=43 \text{ без остатка.}$$

N5) 58 58

$$1) 2 \cdot 2 + 1 = 5(20) \text{ столько надо чтобы пройти 1-го этажика.}$$

$$2) 5 \cdot 2 + 1 = 11(20) \text{ столько надо чтобы пройти 1-го и 2-го этажика.}$$

$$3) 11 \cdot 2 = 22(20) \text{ столько надо чтобы пройти 3-го, 2-го и 1-го.}$$

Ответ: 22 этажика надо взять крес-
матичку что бы на выходе у него
осталось одно этажико.

20/35

Задача 2

Рос-мс:

7, 14, 12, 19, 11, 5, 8, 11, 5, 8, 11, 5, 8

Объем: на 2000 моток будет число 4

Решение:

$$2000 - 4 = 1996$$

4-цифра 4 раз, т.е. они равны

$$1996 : 3 \approx 665$$

5/6

$$\begin{array}{r} 1996 \overline{) 31} \\ \underline{8} 663(3) \\ 19 \\ \underline{18} \\ 16 \\ \underline{15} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 1 \dots \end{array}$$

665 кратно 5

Места расположения чисел по возрастанию 5:

11: К К К К К

к - кратно

8: К К К К К

к - не кратно

5: К К К К К

$$665 : 5 = 133$$

130-11, 131-5, 132-8, 133-11

5

$$9 - 1 = 8$$

$$xyz = 8$$

$$xyz = 2 \cdot 4 \cdot 1; (2 \cdot 2 \cdot 2); 2 \cdot 1 \cdot 4; 1 \cdot 2 \cdot 1; 4 \cdot 1 \cdot 2 \text{ in mg.}) - 25 \text{ f.}$$

$$\text{Cum } t = 4, \text{ mo } 4^2 = 16$$

$$16 - 1 = 15$$

$$xyz = 15$$

$$xyz = 1 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{Cum } t = 5, \text{ mo } 5^2 = 25$$

$$xyz = 1 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\text{Cum } t = 6, \text{ mo } 6^2 = 36$$

$$36 - 1 = 35$$

$$xyz = 6 \cdot 6 \cdot 1; (4 \cdot 9 \cdot 1; 3 \cdot 4 \cdot 3) \quad xyz = 5 \cdot 7 \cdot 1$$

$$\text{Cum } t = 7, \text{ mo } 7^2 = 49$$

$$49 - 1 = 48$$

$$xyz = 7 \cdot 7 \cdot 1 \quad xyz = 6 \cdot 8 \cdot 1; (2 \cdot 3 \cdot 8; 4 \cdot 2 \cdot 6)$$

$$\text{Cum } t = 8, \text{ mo } 8^2 = 64$$

$$64 - 1 = 63$$

$$xyz = 8 \cdot 8 \cdot 1; (4 \cdot 8 \cdot 2) \quad xyz = 7 \cdot 9 \cdot 1$$

$$\text{Cum } t = 9, \text{ mo } 9^2 = 81$$

$$81 - 1 = 80$$

$$xyz = 9 \cdot 9 \cdot 1; (3 \cdot 3 \cdot 9) \quad xyz = 5 \cdot 8 \cdot 2; (5 \cdot 4 \cdot 4)$$

4

Задача 5

$$360 : 12 = 30^\circ \text{ — один час}$$

$$1 \text{ м} = \frac{1}{60} \cdot 2 = 2 \quad 1 \text{ м} = 30 \cdot \frac{1}{60}$$

$$1 \text{ м} = \frac{1}{2}^\circ$$

202-82

$$\frac{1}{2} \cdot 12 = 6^\circ \text{ — увеличение часовых стрелки}$$

$$30^\circ \cdot 8 + 6 = 246^\circ \text{ — положение часовых стрелки}$$

значение 10 минут приходится на 1 час, т.е. и 22, т.е.

$$30^\circ \cdot 2 = 60^\circ - 10 \text{ мин}$$

$$60 + \frac{1}{2} \cdot 2 = 61^\circ \text{ — положение минутной стрелки}$$

$$246^\circ - 61^\circ = 185^\circ \text{ — угол между минутной и часовых}$$

стрелки $\approx 185^\circ$

$$360 - 185 = 175^\circ \text{ — угол между часовых и минутной}$$

стрелки

Ответ: 175° угол между часовых и минутной

стрелки

Задача 4

на графике

6 человек

7 человек

Задача 1.

1. Павел Петров

2. Александр Павлов

3. Николай Павлов

4. Александр Николаев

5. Александр Александров

6. Николай Александров

Первым ставим Павла Петрова, т.к. никто

с именем Петр в списке нет. Далее идут братья

Александр Павлов и Николай Павлов, но порядок мы пока не знаем

15

15

2

В конце списка стоит человек с именем [Имя]

17 октября 2018г

по отчеству мы пока не знаем.

У нас остаются Александр Александрович и
Александр Николаевич.

Через Александров Александрович дается тот же
человек с именем Александр, а после него с отчеством
Александрович. Этим, Александр Александрович 65,
т.е. 65 - Николай Александрович.

Если А.А. 65, то А.Н. 45.

Через А.Н. стоит человек с именем Николай,
и остался только сын - Николай Павлович.

Задача 3

$$xyz + t = td$$

$$t^2 - 1 = xyz$$

$$\text{Если } t=1, \text{ то } t^2=1$$

$$1-1=0 \text{ не подходит}$$

$$\text{Если } t=d, \text{ то } t^2=9$$

$$4-t=3, \text{ т.е.}$$

$$xyz = t \cdot t \cdot 3; (3 \cdot 1 \cdot 1; 1 \cdot 3 \cdot 1) - \text{то берем}$$

$$\text{Если } t=3, \text{ то } t^2=9$$

Школьная олимпиада по математике
группы 8"В" класса

$$t \leq 9$$

$$x \leq 9$$

$$y \leq 9$$

$$z \leq 10$$

18

3

Варианты цифр, и сумма?
 Номер можно представить комбинацией из двух чисел (23 и 37) и второй известной комбинации:

$$x|23|37$$

$$x|37|23$$

$$23|x|37$$

$$23|37|x$$

$$37|x|23$$

$$37|23|x$$

Можно количество номеров, которые нужно перебрать, будет равна произведению кол-ва этих комбинаций и на кол-во цифр.

$$n = 6 \cdot 10 = 60$$

Ответ: наименьшее количество номеров — 60.

№ 5.

Дано:

Работа на школьной олимпиаде по математике

МАТ 903

МАТЕМАТИКА — 9 класс

(208)

пай-

№ 1.

$$28x + 30y + 31z = 365$$

$$31z = 365 - 28x - 30y$$

$$z = \frac{365 - 28x - 30y}{31}$$

$$365 = 31 \cdot 11 + 24$$

$$\begin{array}{r} 365/31 \\ 31 \cdot 11 = 341 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$z = \frac{31 \cdot 11 + 24 - 28x - 30y}{31}$$

$$z = 11 + \frac{2(12 - 14x - 15y)}{31}$$

Чтобы условие задачи выполнялось, нужно чтобы $12 - 14x - 15y$: 31.

$12 - 14x - 15y$ кратно 31 при

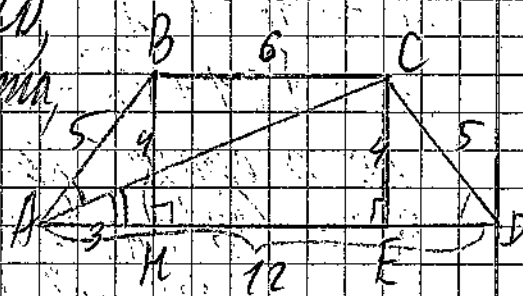
$$x = 2, y = 1 \text{ (тогда } z = 11 - 2 = 9) \text{ и}$$

$$x = 4, y = 2 \text{ (тогда } z = 11 - 8 = 3) \text{ и}$$

Ответ: минимальное число цифр: это $x = 2, y = 1, z = 9$ и $x = 4, y = 2, z = 3, x = 8, y = 4, z = 1$.

№ 8.

№ 5
 1). Дано: трапеция ABCD,
 $AD = 12$, $BC = 6$, BH — высота,
 $BH = 4$, $AB = CD$,
 求证: $\angle BAC$ и $\angle CAD$



Доказать:

Проведем высоту CE
 $CE = BH = 4$, т.к. CE и BH — перпенди-
 куляры к одной параллельной прямой —
 AD .

$AD = AH + HE + ED = 2AH + BC$ ($AH = ED$,
 т.к. $\triangle ABH \cong \triangle CED$ по двум катетам и гипотену-
 зы равны)

$$AH = \frac{1}{2}(AD - BC) = \frac{1}{2}(12 - 6) = 3$$

$\triangle ABH$ — прямоугольный

Пользуясь теоремой Пифагора

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 = CD$$

$$AE = AH + BC = 9$$

1) $\triangle ACE$ - прямоугольный.

По теореме Пифагора

$$AC^2 = AE^2 + CE^2$$

$$AC = \sqrt{81 + 16} = \sqrt{97}$$

По теореме косинусов:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos BAC$$

$$\cos BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{25 + 97 - 36}{2 \cdot 5 \cdot \sqrt{97}} =$$

$$= \frac{86}{10\sqrt{97}} = \frac{8,6}{\sqrt{97}}$$

$$CD^2 = AC^2 + AD^2 - 2AC \cdot AD \cdot \cos CAD$$

$$\cos CAD = \frac{AC^2 + AD^2 - CD^2}{2AC \cdot AD} = \frac{97 + 144 - 25}{2 \cdot \sqrt{97} \cdot 12} =$$

$$= \frac{216}{24\sqrt{97}} = \frac{9}{\sqrt{97}}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin BAC = \sqrt{1 - \frac{8,6^2}{97}} = \sqrt{\frac{26,04}{97}}$$

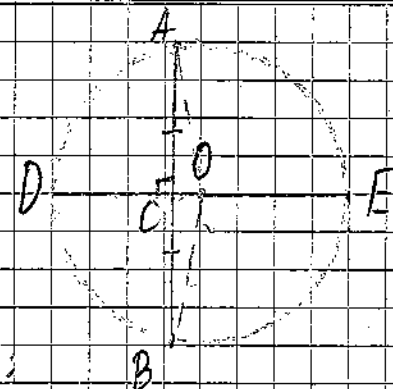
$$\sin CAD = \sqrt{1 - \frac{81}{97}} = \sqrt{\frac{16}{97}}$$

Чем больше угол у нас, тем больше синус угла.

$$\sin BAC > \sin CAD \Rightarrow \angle BAC > \angle CAD$$

2). Дано: окр. O , хорда AB , радиус OD , $AB \perp OD$, $OC = 9$, $CD = 32$, $C \in AB \cap OD$.

Найти: $AB = ?$



Решение:

Линия DE - диаметр ($C \in DE$, $O \in DE$).

$\triangle ACO = \triangle COB$ по радиусам и углу (OC - общий, $OA = OB = r$), $\Rightarrow AC = CB$.

$AC = CB$ и $OD \perp AB$, значит OD - биссектриса перпендикуляра.

По теореме: хорда в окружности, перпендикулярная радиусу, делится радиусом на две равные части: $DC \cdot CE = AC \cdot CB$

$$AC^2 = DC \cdot CE$$

$$AC^2 = DC \cdot CE$$

$$CE = CD + DE = CD + DC + OD = 9 + 32 + 9 = 50$$

$$CE = CD + DE = CD + DC = 9 + 32 = 41$$

$$AC^2 = 32 \cdot 50$$

$$AC = \sqrt{16 \cdot 100} = 40$$

$$AB = 2AC = 80$$

$$\text{Ответ: } AB = 80$$

206

Фактор вызвал к себе несколько ребят-классников и спросил каждого из них о каком-то из остальных $n-1$ учеников. Всего он получил 72 ответа. Найдем, сколько всего было учеников.

$$n(n-1) = 72$$

$$n^2 - n = 72$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$D = 1 + 288 = 289$$

$$n = \frac{1 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{1 \pm 17}{2}$$

$$n_1 = \frac{1+17}{2} = 9$$

$$n_2 = \frac{1-17}{2} = -8 \text{ (н.к.)}$$

Т.к. было получено 72 ответа "правильно" и 28 ответов "ложь", то число учащихся

9 учащихся или 9 ложь

Может ли быть (вероятно), найдем, что было либо 7 ложь и 2 правды, либо 2 ложь и 7 правды.

27 правых ответов или 27 ложь (2*8 = 16), либо (7*8 = 56)

Ответ: 16 или 56 правых ответов.

76

215

5.2.

Т.к. НОЧ = 45, а НОК = $45 \cdot 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11$, то числа x и y должны отличаться по входящим в их произведение множителям, не считая 45, т.к. это НОЧ. Тогда в первом числе могут входить 0, 1 и 2 оставшихся множителя, а во второе, соответственно, 5, 4 и 3 множителя, и НОЧ. Рассмотрим случаи:

0. $x = 45$, $y = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 45$
 один множитель, т.к. от первоначальной произведения не изменяется

1. $x = 45 \cdot 2^3$, $y = 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 45$
 таких способов может быть 6, т.к. "дополнительных" (исключая 45) чисел всего 5 (теперь не учитывается, множители должны содержать разные составяющие)

2. $x = 45 \cdot 2^3 \cdot 3^4$, $y = 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 45$
 и это можно изменить 4 раза
 найдем произведение $\Rightarrow$ 16 вариантов

в сумме получаем 22 варианта возможных пар чисел (решений)

Взять меньшие составляющих чисел мы не можем, т.к. иначе НОК будет меньше, а числа не могут повторяться, т.к. НОЧ будет больше.

Ответ: 22 варианта

5.3.

$$I) ax^2 + bx + c = 0$$

$$II) cx^2 + bx + a = 0$$

Рассмотрим дискриминант!

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = b^2 - 4ca$$

Найдем корни:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2c}$$

1) Если $(D < 0)$, то независимо от того, $(a=c)$ или $(a \neq c)$, корней не будет.

1) Если $(D = 0)$ и $(a = c)$, то в каждом из двух уравнений получится по два корня, равных между собой и непарно, то есть:

$$(x_{I1} = x_{I2}) = (x_{II1} = x_{II2})$$

общих корней будет

но, т.к. $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b \pm 0}{2a}$, а $a \neq 0$ не имеет

значения, то получившиеся корни можно принимать за один, и в этом случае мы можем утверждать, что $(a=c)$

3) Если $(D = 0)$ и $(a \neq c)$, то в каждом из двух уравнений получится по два корня, равных непарно, но не равных между собой, то есть:

$$(x_{I1} = x_{I2}) \neq (x_{II1} = x_{II2})$$

общих корней не будет

4) Если $(D > 0)$ и $(a = c)$, то в каждом из двух уравнений получится по два корня, непарно равных с корнями другого уравнения, но не равных непарно между собой, то есть:

$$(x_{I1} = x_{II1}), (x_{I2} = x_{II2}), (x_{I1} \neq x_{I2}) \text{ и } (x_{II1} \neq x_{II2})$$

$\Rightarrow$ общих корней будет два!

5) Если $(D > 0)$ и $(a \neq c)$, то общие корни будут только в том случае, если

$$(x_{I1}) = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = (x_{II2}) = \frac{-b + \sqrt{D}}{2c}$$

$$(x_{I2}) = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = (x_{II1}) = \frac{-b - \sqrt{D}}{2c}$$

а иначе общих корней не будет!

$\Rightarrow$ Ответ: утверждение, что $(a=c)$ верно не для всех решений.

501

Рассмотрим один из способов.

0	2	3
7	11	10
3	9	0

① сделаем три хода, за которые с правого верхнего угла уберём уголки формы , а с левого нижнего формы , получим ②

0	5	0
4	11	7
0	6	0

② уберём уголок , получим ③

0	4	0
4	10	6
0	6	0

③ в первые четыре хода уберём уголки формы , на начало содержащее , получим ④

0	0	0
0	6	6
0	6	0

④ в последние шесть ходов уберём уголок, содержащий , в итоге получим таблицу, содержащую нули. что и требовалось сделать

всего 245

76

504.

Да, могут, т.к. если площади частей равны, и в сумме они дают площадь треугольника, то $S_{\Delta} \cdot 4 = S_{\Delta}$

$$S_{\Delta} = (h_a \cdot a) : 2 \Rightarrow 4S_{\Delta} = \frac{h_a \cdot a}{2} \Rightarrow 8S_{\Delta} = h_a \cdot a$$

05

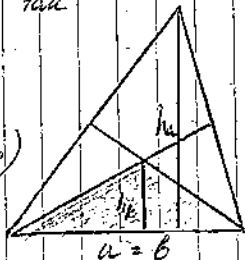
$$S_{\Delta} = h_b \cdot b, \text{ в треугольнике есть сторона, так } \Rightarrow 8h_b \cdot b = h_a \cdot a \text{ то } a = b$$

$$\Rightarrow 8h_b \cdot a = h_a \cdot a$$

$$\Rightarrow 8h_b = h_a$$

(т.к. S_{Δ} равны, то нет разницы, какую часть брать)

$\Rightarrow$ могут, но только если $h_a = 8h_b$



4

№3 Треугольник Boreary BH ⊥ AD, H ∈ AD
 по доказанному KH = $\frac{BK + KC}{2} = \frac{10 - 5}{2} = 2,5$

AK = AK + KH

Р/и Δ ABH: $\cos \angle BAK = \frac{AH}{AB} = \frac{AK + KH}{AB} = \frac{7,5}{5\sqrt{3}}$

$= \frac{15}{25\sqrt{3}} = \frac{3}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{5} \Rightarrow \angle BAK = 30^\circ$

Δ ABH: $\sin \angle KAB = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{BH}{5\sqrt{3}} \Rightarrow BH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

Р/и Δ BHK: $BK = \sqrt{KH^2 + HB^2} = \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{25 \cdot 3}{4}} = 5$
 по т. Пифагора

BK = CD = 5 по доказанному.

$R = \frac{5\sqrt{3} \cdot 5 \cdot 10}{4 \cdot S_{KCD}}$

$S_{KCD} = \sqrt{\frac{5}{2}(\sqrt{3} + 3)} \left(\frac{5}{2}(\sqrt{3} - 3) - 5\sqrt{3} \right) \left(\frac{5}{2}\sqrt{3} + \frac{15}{2} - 5 \right) \left(\frac{5}{2}\sqrt{3} + \frac{15}{2} - 10 \right) \cdot 2$

$p = \frac{KC + CD + DK}{2} = \frac{5\sqrt{3} + 5 + 10}{2} = \frac{5(\sqrt{3} + 3)}{2}$

② $\sqrt{\left(\frac{5}{2}\sqrt{3} + \frac{15}{2} \right) \left(\frac{15}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{5}{2}\sqrt{3} + \frac{5}{2} \right) \left(\frac{5}{2}\sqrt{3} - \frac{5}{2} \right)} =$

$= \sqrt{\left(\frac{225}{4} - \frac{25}{4} \right) \left(\frac{25}{4} - \frac{25}{4} \right)} = \frac{1}{2} \sqrt{150 - 50} = 5\sqrt{15} = 25\sqrt{3}$

$R = \frac{5\sqrt{3} \cdot 5 \cdot 10}{4 \cdot 25\sqrt{3}} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2,5$

Ответ 2,5

24

$$\begin{aligned} N^4 &= (1+\sqrt{a})/(1+\sqrt[3]{a}) \cdot (1+\sqrt[3]{a})/(1+\sqrt[9]{a}) \cdot (1+\sqrt[9]{a})/(1+\sqrt[27]{a}) \cdot (1-\sqrt[27]{a})/(1-\sqrt[81]{a}) \cdot (1+\sqrt[81]{a}) \\ &= (1+\sqrt{a})/(1+\sqrt[3]{a}) \cdot (1+\sqrt[3]{a})/(1+\sqrt[9]{a}) \cdot (1-\sqrt[27]{a})/(1-\sqrt[81]{a}) \cdot (1+\sqrt[81]{a}) = \\ &= (1+\sqrt{a})/(1+\sqrt[3]{a}) \cdot (1+\sqrt[3]{a})/(1+\sqrt[9]{a}) \cdot (1+\sqrt[27]{a})/(1-\sqrt[81]{a}) = \\ &= (1+\sqrt{a})/(1+\sqrt[3]{a}) \cdot (1+\sqrt[3]{a})/(1+\sqrt[9]{a}) \cdot (1-\sqrt[9]{a}) = \\ &= (1+\sqrt{a})/(1+\sqrt[3]{a}) \cdot (1+\sqrt[3]{a})/(1-\sqrt[3]{a}) = \\ &= (1+\sqrt{a})/(1-\sqrt{a}) = 1-a \end{aligned}$$

WPU A = 2017

$$1 - a = 1 - 2017 = -2016$$

[illegible]

October - 2016

 $\sqrt{5}$

$$S = 500 - 300x + 192y = 500 - 6(50x - 32y)$$

где S - кол-во денег на счете после проведения операций
 x - кол-во снятых 300 долларов,
 y - кол-во добавлений 128 долларов

Из преобразования видно, что наибольшее кол-во денег, которое Ал Симонян сможет получить в обмене, равно 500. Значит наибольшее кол-во долларов которое Ал Симонян

Сумма равно 498

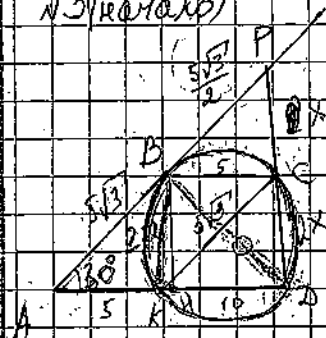
Пример: $500 + 17(-300 + 198 - 300 + 198 + 198) = 2$ — кол-во долларов на счете
 $500 - 17 \cdot 6 = 2$

$$500 - 17.6 = 2$$

$$500 - 498 = 2 \quad (\text{верно})$$

Onbeurs: 498

75



Дано: ABCD - трапеция
 $O_1(R)$
 $AB = 5\sqrt{3}$, $BC = 5$, $CD = 10$

Найти: R

Решение:

1) По I. O квадрата касательной: $AB^2 = AD \cdot AK$

$$AD = AK + KD$$

$$AB^2 = AK^2 + AK \cdot KD$$

$$25 = AK^2 + 10AK$$

$$AK^2 + 10AK - 25 = 0$$

$$\frac{D}{4} - \left(\frac{B}{2}\right)^2 - AC = -5 \pm 75 = 100$$

$$AK_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{D}}{2} = \frac{-10 \pm 20}{2} = -5 \pm 10 = 5$$

$$AK = 5$$

2) т.к. ABCD - трапеция, то $BC \parallel AD$
 т.к. $BC = AK$, то ABCK - параллелограмм (звез стороны параллельны - раб.)
 $AK = BC = 5$, $KE \parallel AD$

3) $\triangle ADP \sim \triangle KDC$

$$\frac{AD}{KD} = \frac{DP}{DC} = \frac{AP}{KC}$$

$$\frac{15}{10} = \frac{PC + DC}{DC} = \frac{AB + BP}{KC}$$

т.к. $AB = KC$, то

$$1 + \frac{1}{2} = 1 + \frac{BP}{KC} = 1 + \frac{BP}{KC}$$

$$\frac{BP}{KC} = \frac{BP}{KC} = \frac{1}{2} \quad \text{т.е. } 2BP = KC$$

$$BP = \frac{1}{2} KC = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

Пусть $PC = x$, тогда $DC = 2x$

$$4) S = \frac{abc}{4R}, \quad S_{KCD} = \frac{KC \cdot CD \cdot KD}{4R} \Rightarrow R = \frac{KC \cdot CD \cdot KD}{4S_{KCD}}$$

5) KBCD - равнобедренная трапеция т.к. только равнобедренная трапеция может вписывать окружность, значит;
 $BK = CD = 2x$, $BD = KC = 5\sqrt{3}$

$$S_{KCD} = \sqrt{(P-a)(P-b)(P-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}, \quad a = KC, \quad c = DK$$

Работа на школьной олимпиаде по математике
 ученица 11 А класса

МАТ 1107

МАТЕМАТИКА - 11 КЛАСС

335

№1

Варианты цифр стоящих на первом и последнем местах

$$2 \quad 1, 4 \quad 2, 6 - 3; 8 - 4$$

На третьем и втором местах
 могут стоять десять цифр (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)
 (более 10, 5, 10 - не цифра)

т.е. 10^2 раз одного в-та

$$4 \cdot 10^2 = 400 \text{ раз всех } 4 \text{ вариантов}$$

Ответ: 400

76

№2

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{x+3} \leq 2 \quad (*)$$

$$P(x) \quad f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x+3} \quad O.D.B. \quad x \geq 1$$

$f(x)$ - монотонно возрастающая ф-ция т.к. это сумма двух возрастающих функций, наименьшее значение которой достигается при $x=1$

$$f(1) = \sqrt{1-1} + \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$$

значит, (*) имеет лишь одно решение при $x=1$
 (при $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+3} = 2$)

Ответ: $x=1$

1